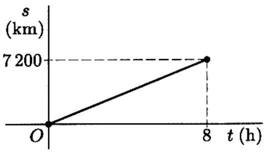
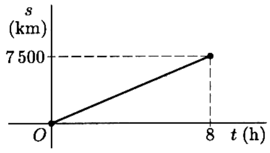
Funkce

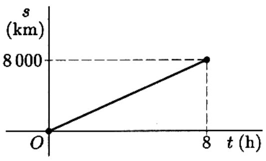
Uzavřené úlohy

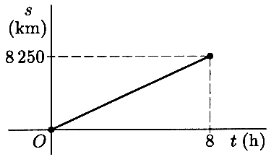
125 Z

Na lince Praha – Montreal letí letadlo po dobu 8 hodin rovnoměrně přímočaře rychlostí $250\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Vzdálenost letadla od Prahy v závislosti na čase je znázorněna grafem:

A.


B.


C.


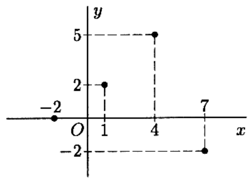
D.


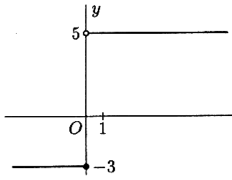
126 Z

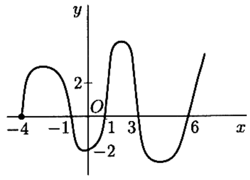
Průsečíky grafu funkce $y = 2 - \dfrac{4}{x-2}$ s osami souřadnic jsou body:

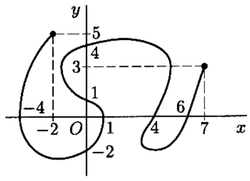
A. $[-4,0]$ a $[0,2]$ B. $[4,0]$ a $[0,4]$ C. $[2,0]$ a $[0,-4]$
D. $[4,0]$ a $[0,-4]$ E. $[-2,0]$ a $[0,4]$

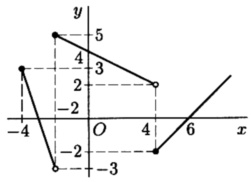
127 Z

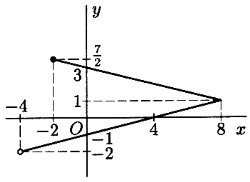
I.


II.


III.


IV.


V.


VI.


Grafy funkcí $y = f(x)$ nejsou právě na těchto obrázcích:

A. I a II B. III a IV C. II a V D. IV a VI E. I a VI

128 Z

Obor hodnot funkce $f\colon y = \frac{1}{2}\left[(x-2)^2 - 6\right]$ je:

A. $(-\infty,-3\rangle$ B. $(-\infty,2\rangle$ C. $\langle 2,\infty)$
D. $\langle -3,\infty)$ E. $\langle -6,\infty)$

129 Z

V soudním lékařství se pravděpodobná výška člověka h cm určuje z délky stehenní kosti s cm. Na základě statistických údajů byl pro ženy stanoven vzorec $h = 61{,}412 + 2{,}317\cdot s$ a pro muže vzorec $h = 69{,}089 + 2{,}238\cdot s$. Jaká byla pravděpodobná výška ženy, jejíž stehenní kost je dlouhá 39 cm, a pravděpodobná výška muže, jehož stehenní kost měří 54 cm?

A. žena měřila přibližně 154 cm, muž měřil přibližně 185 cm
B. žena měřila přibližně 152 cm, muž měřil přibližně 190 cm
C. žena měřila přibližně 156 cm, muž měřil přibližně 188 cm
D. žena měřila přibližně 159 cm, muž měřil přibližně 182 cm
E. žena měřila přibližně 163 cm, muž měřil přibližně 175 cm

130 Z

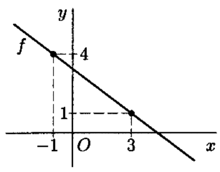
Kolik čísel z množiny $\{-2,0,1,4,5,7\}$ patří do oboru hodnot funkce $f\colon y = -x^2 + 4x + 1$?

A. žádné B. jedno C. tři D. čtyři E. pět

131 Z

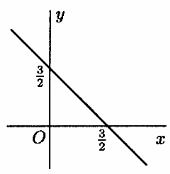
Funkce f, jejíž graf je na obrázku, je dána předpisem:

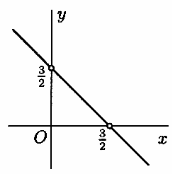
A. $y = -\frac{4}{3}x + \frac{8}{3}$
B. $y = -\frac{3}{4}x + \frac{13}{3}$
C. $y = -\frac{3}{4}x + \frac{10}{3}$
D. $y = -\frac{3}{4}x + \frac{13}{4}$
E. $y = -\frac{4}{3}x + \frac{13}{3}$

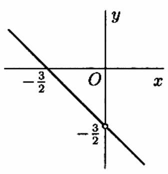


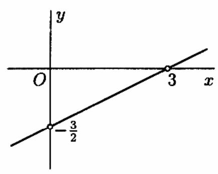
132 Z

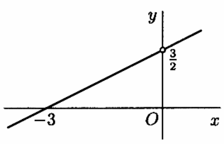
Graf funkce $f\colon y = \dfrac{x(3-2x)^2}{2x(3-2x)}$ je na obrázku:

A.


B.


C.


D.


E.


133 Z

Obraz bodu $X[-4,3]$ ve středové souměrnosti se středem $S[-1,1]$ leží na parabole:

A. $y = 2x^2$ B. $y = -x^2 + 3$ C. $y = -2x^2$
D. $y = x^2 + 3$ E. $y = x^2 - x + 1$

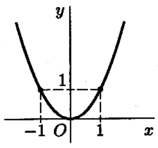
134 Z

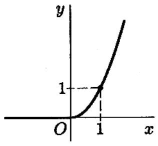
Jestliže graf lineární funkce prochází body $A[12,7]$ a $B[-4,-3]$, pak prochází také body:

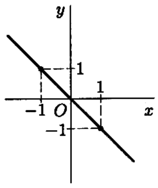
A. $C[\frac{4}{5},0]$ a $E[0,-\frac{3}{5}]$ B. $D[1,0]$ a $E[0,-\frac{3}{5}]$
C. $C[\frac{4}{5},0]$ a $F[0,-\frac{1}{2}]$ D. $D[1,0]$ a $F[0,-\frac{1}{2}]$

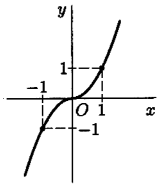
135 Z

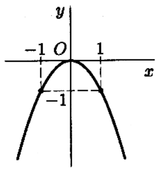
Graf funkce $f\colon\ y=|x|\cdot|x|$ je na obrázku:

A.


B.


C.


D.


E.


136 Z

Definičním oborem funkce $f\colon\ y=\sqrt{\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}}$ je množina:

A. $(1,2)\cup(2,\infty)$ B. $(-2,2)\cup(2,\infty)$ C. $(1,\infty)$
D. $(2,\infty)$ E. $(1,2)$

137 Z

Je dána funkce $f_1\colon\ y=2x-3$. Jestliže jsou grafy funkcí f_1 a f_2 souměrně sdružené podle počátku soustavy souřadnic, potom:

A. $f_2\colon\ y=2x+3$ B. $f_2\colon\ y=-2x-3$ C. $f_2\colon\ y=-2x+3$
D. $f_2\colon\ y=\frac{1}{2}x+3$ E. $f_2\colon\ y=-\frac{1}{2}x-3$

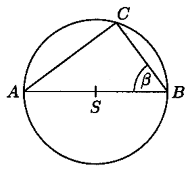
138 Z

Jestliže $\sin\alpha=-1$ a $\alpha\in\langle 0,2\pi)$, potom:

A. tangens úhlu α není definován
B. $\operatorname{tg}\alpha=0$ C. $\operatorname{tg}\alpha=-\sqrt{3}$
D. $\operatorname{tg}\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ E. $\operatorname{tg}\alpha=-1$

139 Z

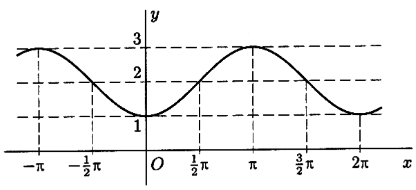
Trojúhelníku ABC je podle obrázku opsaná kružnice se středem S a poloměrem r. Je-li $|AC|=\frac{8}{5}r$, je kosinus úhlu β roven číslu:

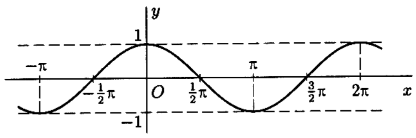


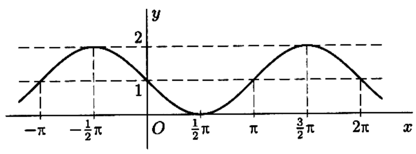
A. 0,4 B. 0,5
C. 0,6 D. 0,7
E. 0,8

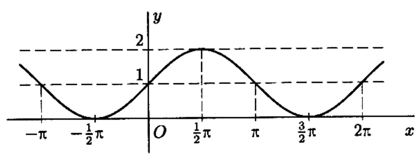
140 V

Graf funkce $f\colon\ y=\sin^2 x+\sin x+\cos^2 x$ je na obrázku:

A.


B.


C.


D.


141 V

Jestliže je dvojice (x,y) řešením soustavy rovnic

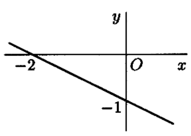
$$7^x-3y=43,$$
$$4y+2\cdot 7^x=106,$$

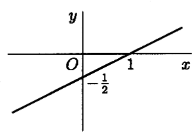
potom je součin $x\cdot y$ roven číslu:

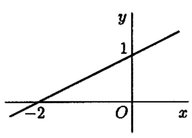
A. -2 B. -1 C. 4 D. 6 E. 12

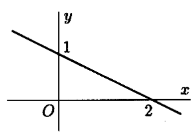
142 V

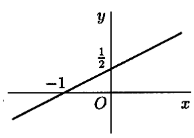
Graf inverzní funkce k funkci $f\colon\ y=2x+1$ je na obrázku:

A.


B.


C.


D.


E.


143 V

Jestliže $y = \log_3 x + \log_3 2$, potom:

A. $x = y - \log_2 3$ B. $x = \frac{1}{2} \cdot 3^y$ C. $x = 3^y - \log_2 3$
D. $x = 3 \log_2 y$ E. $x = 3^2 \cdot y$

144 V

Výraz $1 - \left[\cos(-x) + \sin(-x)\right]^2$ je pro všechna reálná čísla x roven:

A. 0 B. $\sin 2x$ C. $\cos 2x$
D. $2 - \cos^2 x$ E. $2\sin^2 x - 1$

145 V

Funkce $f\colon\ y = |(x-3)(x+2)|,\ x \in \langle -2, 3 \rangle$, má maximum v bodě:

A. $x = -2$ B. $x = -\frac{1}{2}$ C. $x = \frac{1}{2}$
D. $x = 2$ E. $x = 3$

146 V

Kolik záporných čísel je v množině $M = \{a, b, c, d\}$, kde $a = \log_2 \frac{1}{8}$, $b = \log_{\frac{1}{3}} 81$, $c = \cos\left(-\frac{21}{4}\pi\right)$, $d = -\sin\left(-\frac{17}{3}\pi\right)$?

A. 0   B. 1   C. 2   D. 3   E. 4

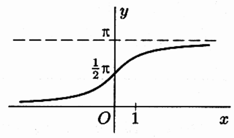
147 V

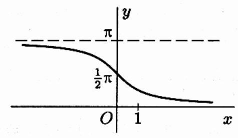
Délka obdélníku je dvakrát větší než jeho šířka, která je x metrů. Obdélník se změní tak, že se jeho šířka zvětší o 0,2 m a jeho délka se zvětší na dvojnásobek nové šířky. Na původní šířce x metrů:

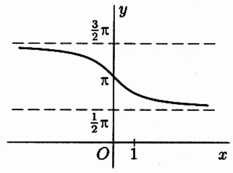
A. závisí přírůstek obvodu i přírůstek obsahu obdélníku
B. závisí přírůstek obvodu, ale nezávisí přírůstek obsahu obdélníku
C. nezávisí přírůstek obvodu, ale závisí přírůstek obsahu obdélníku
D. nezávisí ani přírůstek obvodu, ani přírůstek obsahu obdélníku

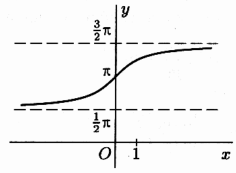
148 V

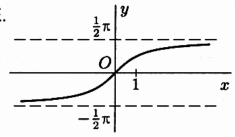
Funkce tangens je v intervalu $\left(\frac{1}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi\right)$ prostá. Proto k funkci $f\colon\ y = \operatorname{tg} x,\ x \in \left(\frac{1}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi\right)$, existuje inverzní funkce $y = f^{-1}(x)$. Její graf je na obrázku:

A.


B.


C.


D.


E.


149 V

Jsou dány funkce $f\colon\ y = x^4 + \dfrac{3}{x^2+1}$ a $g\colon\ y = \dfrac{x}{|x|}$. Které z následujících tvrzení platí?

A. Funkce f je sudá a funkce g je lichá.
B. Funkce f je lichá a funkce g je sudá.
C. Obě funkce f i g jsou liché.
D. Obě funkce f i g jsou sudé.

150 V

Jsou dány funkce

$$f_1\colon\ y = x^2 + 2x + 3,\quad x \in \mathbb{R}, \qquad f_2\colon\ y = \frac{2}{x},\quad x \in (0, \infty).$$

Bodem grafu funkce f_2, jenž má od přímky $y = -2$ stejnou vzdálenost jako vrchol paraboly, která je grafem funkce f_1, je bod:

A. $[2, 1]$ B. $\left[4, \frac{1}{2}\right]$ C. $\left[\frac{1}{3}, 6\right]$ D. $[1, 2]$ E. $[-1, 2]$

151 V

Ve vzorci $p_1 \cdot V_1^{\varkappa} = p_2 \cdot V_2^{\varkappa}$ jsou V_1, V_2 objemy plynu, p_1, p_2 odpovídající tlaky plynu a $\varkappa$ charakteristická konstanta plynu. Vyjádříme-li z tohoto vzorce veličinu $\varkappa$, dostaneme:

A. $\varkappa = \ln \dfrac{p_2}{p_1} - \ln \dfrac{V_1}{V_2}$ B. $\varkappa = \dfrac{p_2}{p_1} - \ln \dfrac{V_2}{V_1}$

C. $\varkappa = \dfrac{\ln(p_2 V_2)}{\ln(p_1 V_1)}$ D. $\varkappa = \dfrac{\ln \frac{p_2}{p_1}}{\ln \frac{V_1}{V_2}}$

E. $\varkappa = \ln \dfrac{p_2}{p_1} \cdot \ln \dfrac{V_2}{V_1}$

152 V

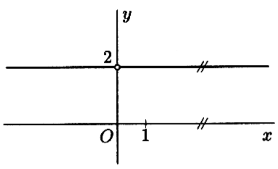
Na obrázku není graf funkce:

A. $y = \dfrac{\sqrt{4x^2}}{|x|}$

B. $y = \dfrac{\log 100^{|x|}}{\log 10^{|x|}}$

C. $y = \dfrac{x + |x|}{x} + \dfrac{|x| - x}{|x|}$

D. $y = \dfrac{2x^2 + 6x|x|}{5x^2 - x|x|}$



Otevřené úlohy

153 Z

Plastová židle má prohnuté sedátko. Při zatížení se toto prohnutí zvětší, přitom prohnutí je lineární funkcí hmotnosti osoby, která na židli usedne. Když si na židli sedla osoba o hmotnosti 40 kg, bylo sedátko prohnuto o 6,2 cm, zatímco při usednutí osoby o hmotnosti 60 kg bylo prohnutí sedátka rovno 6,7 cm. Jak velké bude prohnutí sedátka, sedne-li si na židli osoba o hmotnosti 90 kg?

154 Z

Nechť f je lineární funkce.

a) Sestavte předpis zadávající funkci f, jestliže na grafu této funkce leží body $A[2,3]$ a $B[3,2]$.
b) Zjistěte, zda na grafu funkce f leží bod $C[5,1]$.
c) Rozhodněte, zda graf funkce f protíná graf funkce $g\colon\ y = 2x + 1$.
d) Určete průsečík grafu funkce f s osou x.

155 Z

Ocelový drát délky 40 cm ohneme na třech místech do pravého úhlu tak, že z drátu vytvarujeme obdélník s rozměry x cm a y cm o obsahu $S\,\mathrm{cm}^2$.

a) Vyjádřete y jako funkci x.
b) Vyjádřete S jako funkci x.
c) Pro které x má vytvarovaný obdélník obsah $96\,\mathrm{cm}^2$?
d) Pro které x je obsah vytvarovaného obdélníku největší?

156 Z

Grafem kvadratické funkce $f\colon\ y = x^2 + 6x + 4$ je parabola s vrcholem V, která protíná osu x v bodech A a C a osu y v bodě D. Jednotkou délky na obou osách souřadnic je 1 cm. Určete obsah čtyřúhelníku $AVCD$.

157 Z

Auto má spotřebu 6 litrů benzinu na 100 km. Na začátku jízdy mělo v plné nádrži 36 litrů benzinu.

a) Vyjádřete závislost počtu litrů benzinu v nádrži na počtu ujetých kilometrů.
b) Závislost z části a) znázorněte graficky.
c) Po kolika kilometrech jízdy zbude v nádrži poslední litr benzinu?

158 Z

Obchodník rozváží zboží po trasách délky do 80 km od své prodejny. Rozvoz pro něj zajišťují dopravci A a B. Dostal od nich tyto cenové nabídky:

A: 12 Kč za každý kilometr
B: základní sazba 350 Kč za jednu jízdu a navíc 5 Kč za každý kilometr

a) Nechť x km je délka jízdy a c Kč cena za dopravu. Funkce vyjadřující závislost c na x u dopravců A a B označme f_{A} a f_{B}. Sestavte předpisy pro obě tyto funkce.
b) Sestrojte grafy funkcí f_{A} a f_{B}.
c) Pro jakou délku jízdy jsou cenové nabídky obou dopravců stejné?
d) Který dopravce je levnější pro dopravu zboží po trase délky 20 km, 40 km, 60 km?
e) Obchodník se rozhodl využívat služeb obou dopravců – dopravu do každého místa si objedná vždy u toho z nich, který zboží do tohoto místa doprαví levněji. Sestrojte graf funkce f vyjadřující závislost c na x.

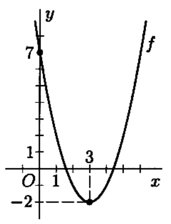
159 V

Jsou dány funkce $f\colon\ y = 2x - 4$ a $g\colon\ y = -2x^2 + 16x - 24$.

a) Určete definiční obory a obory hodnot funkcí f a g a sestrojte jejich grafy.
b) Vypočtěte souřadnice průsečíků grafů funkcí f a g.

160 Z

Kvadratická funkce f je zadána svým grafem, viz obrázek.



a) Určete definiční obor a obor hodnot funkce f.
b) Sestavte předpis pro funkci f.
c) Graf funkce g je souměrně sdružený s grafem funkce f podle počátku soustavy souřadnic. Sestrojte tento graf a sestavte předpis pro funkci g.

161 V

V neúplné tabulce jsou uvedeny přibližné hodnoty logaritmů s celočíselným základem a některých přirozených čísel.

a) Doplňte tabulku a vypočítané hodnoty zdůvodněte.
b) Určete hodnotu základu a.

n	$\log_a n$
1	
2	0,387
3	0,613
4	
5	0,898
6	
7	1,086
8	
9	
10	

162 V

Určete čísla a, b, c tak, aby funkce $f\colon\ y = ax^2 + bx + c$ měla tyto dvě vlastnosti:

1. Graf funkce f prochází body $[0,0]$ a $[4,4]$.
2. Tečna grafu funkce v bodě, jehož x-ová souřadnice je $\frac{5}{2}$, je rovnoběžná s osou x.

163 V

Řešte soustavu rovnic:

$$3^y \cdot 9^x = 81$$
$$\log{(x+y)^2} - \log x = 2\log 3$$

164 V

Je dána funkce $f\colon\ y = |1 - x| - \frac{1}{2}|x + 2|$.

a) Sestrojte její graf.
b) Pomocí grafu funkce f určete počet řešení rovnice
$$|1 - x| - \tfrac{1}{2}|x + 2| = p$$
v závislosti na reálném parametru p.

165 V

V oboru reálných čísel řešte rovnici $(\sin 2x + \sin 4x)\cdot \operatorname{tg} x = 0$.

166 V

Automobil pohybující se rychlostí
$$v_0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}} = 25\ \mathrm{m\cdot s^{-1}},$$
tj. $90\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$, začal brzdit s konstantním zrychlením
$$a\ \mathrm{m\cdot s^{-2}} = 5\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$
měřeným proti směru pohybu. Je-li t sekund čas měřený od okamžiku, kdy automobil začal brzdit, s metrů dráha, kterou ujel od začátku brzdění, a $v\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ okamžitá rychlost automobilu, platí při brzdění vztahy:
$$v = v_0 - at$$
$$s = v_0 t - \tfrac{1}{2}at^2$$

a) Určete brzdnou dráhu automobilu do úplného zastavení.
b) Znázorněte graficky, jak při brzdění závisí okamžitá rychlost a dráha na čase.
c) Vypočtěte, jakou rychlostí narazí automobil do pevné překážky, jestliže jel v mlze rychlostí $90\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$ a začal brzdit 30 m před překážkou.

167 V

Vzorec $F = \dfrac{b}{a}\cdot Q\cdot \dfrac{e^{f\pi}}{e^{f\pi} - 1}$ vyjadřuje velikost F brzdné síly, kterou vyvine jednoduchá pásová brzda, má-li zbrzdit pohyb způsobený silou velikosti Q. Koeficienty a, b představují konstrukční parametry brzdy, f je koeficient tření.

a) Vyjádřete z daného vzorce koeficient f.
b) Vypočtěte hodnotu koeficientu f, je-li $a = 1\,000\,\mathrm{mm}$, $b = 60\,\mathrm{mm}$, $F = 300\,\mathrm{N}$, $Q = 1\,000\,\mathrm{N}$.