

Rovnice a nerovnice

Uzavřené úlohy

68 Z

Rovnice $(2x + 1) : (2x - 1) = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{2}$ má právě jeden kořen, který je prvkem intervalu:

- A. $(-10, -6)$ B. $\langle -6, -2 \rangle$ C. $(-2, 2)$
 D. $\langle 2, 6 \rangle$ E. $(6, 10)$

69 Z

V rekreačním středisku si osm lidí pronajalo motorový člun pro dvanáct osob. Kdyby byl motorový člun plně obsazen, zaplatila by každá osoba o 100 Kč méně. Kolik každá osoba za pronájem zaplatila?

- A. 200 Kč B. 250 Kč C. 300 Kč D. 350 Kč E. 400 Kč

70 Z

Učitel matematiky prohlásil: „Šestinu života jsem žil jako chlapec, osminu života jako mladík, polovinu života jako muž v plné síle a posledních 15 let jsem v důchodu.“ Učitelův věk je v rozmezí:

- A. 55 let až 60 let B. 60 let až 65 let C. 65 let až 70 let
 D. 70 let až 75 let E. 75 let až 80 let

71 Z

Cestující ve vlaku v polovině cesty usnul. Když se probudil, byla jeho vzdálenost od cíle polovinou vzdálenosti, kterou vlak urazil během jeho spánku. Jakou část cesty cestující prospal?

- A. $\frac{1}{3}$ cesty B. $\frac{1}{4}$ cesty C. $\frac{1}{6}$ cesty D. $\frac{3}{8}$ cesty E. $\frac{2}{9}$ cesty

77 Z

Množinou všech řešení nerovnice $\frac{3-x}{x+2} \geq 1$ je množina:

- A. $(-2, \frac{5}{2})$ B. $(-\infty, \frac{1}{2})$ C. $(-2, \frac{1}{2})$
 D. $\mathbb{R} \setminus (-2, -\frac{1}{2})$ E. $\langle -\frac{5}{2}, \infty \rangle$

78 Z

V restauraci volá jeden host ze skupiny turistů na číšníka: „Platím pět párků a čtyři limonády.“ Druhý host se přidává: „Platím sedm párků a devět limonád.“ Číšník vystavuje prvnímu hostu účet na 203 Kč a druhému hostu účet na 325 Kč. Limonáda stojí:

- A. 10 Kč B. 11 Kč C. 12 Kč D. 12,50 Kč E. 13,50 Kč

79 Z

Vyjádříme-li ze vzorce $z = \frac{xy+2}{x-y+xy}$ proměnnou x pomocí proměnných y a z , dostaneme:

- A. $x = \frac{yz+2}{z-y+yz}$ B. $x = \frac{yz-2}{z+y-yz}$ C. $x = \frac{yz-2}{z-y+yz}$
 D. $x = \frac{yz+2}{z+y-yz}$ E. $x = \frac{yz+2}{y-z+yz}$

80 Z

Neznámá x je z rovnice $\frac{a}{x+1} = \frac{2a+1}{x-1}$ vyjádřena vzorcem:

- A. $x = -\frac{3a}{a+1}$ B. $x = \frac{1+a}{1+3a}$ C. $x = \frac{1-a}{1+3a}$
 D. $x = -\frac{1+3a}{1+a}$ E. $x = \frac{1-3a}{1-a}$

72 Z

Rovnice $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}+x} - \frac{2}{3} = \frac{2}{3} - \frac{\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}}{\frac{2}{3}+x}$ má právě jeden kořen:

- A. $x = \frac{16}{3}$ B. $x = \frac{7}{4}$ C. $x = \frac{11}{5}$ D. $x = \frac{13}{6}$ E. $x = \frac{18}{7}$

73 Z

Jestliže platí

$$\frac{x}{3-x} = 2, \quad \frac{y}{5-y} = 2, \quad \frac{z}{16-z} = 2,$$

potom je součet $x + y + z$ roven:

- A. 12 B. 14 C. 16 D. $\frac{44}{3}$ E. $\frac{62}{3}$

74 Z

Vašek jezdí do školy na kole, přitom mu ujetí každého kilometru trvá 4 minuty. Když se cestou zastavil na 6 minut u babičky, potřeboval na cestu do školy půl hodiny. Jaká je vzdálenost školy od Vaškova bydliště?

- A. 5 km B. 6 km C. 7 km D. 8 km E. 9 km

75 Z

Množina všech řešení nerovnice $(x-1)(5x+2) < 0$ je podmnožinou intervalu:

- A. $\langle -5, 0 \rangle$ B. $\langle -\frac{5}{2}, \frac{1}{2} \rangle$ C. $\langle -1, 1 \rangle$ D. $\langle 0, 2 \rangle$ E. $\langle \frac{2}{5}, 5 \rangle$

76 Z

Pětinašobek prvního čísla je o 1 větší než osminásobek druhého čísla. Pětinašobek druhého čísla je o 1 větší než trojnásobek prvního čísla. Součet prvního a druhého čísla je:

- A. -4 B. -1 C. 12 D. 21
 E. jiný, než je uvedeno v bodech A–D

81 Z

Strana čtverce je o 1 m kratší než jeho úhlopříčka. Jaká je délka strany čtverce?

- A. $(\sqrt{2}-1)$ m B. $(\sqrt{2}+1)$ m C. $(2+\sqrt{2})$ m
 D. $(2-\sqrt{2})$ m E. $2\sqrt{2}$ m

82 Z

Kvadratická rovnice, jejíž kořeny jsou dvojnásobky kořenů rovnice $x^2 + 4x - 21 = 0$, je:

- A. $x^2 + 8x - 42 = 0$ B. $x^2 + 32x - 42 = 0$
 C. $x^2 + 8x - 84 = 0$ D. $x^2 + 32x - 84 = 0$
 E. $x^2 - 8x - 42 = 0$

83 Z

K přípravě nápoje ve školní kuchyni smíchali sirup s vodou v poměru objemů 1 : 5. Protože byl nápoj málo sladký, přilili do něj ještě 1 litr sirupu a 1,5 litru vody, aby tak získali směs sirupu a vody v poměru 1 : 4. Výsledný nápoj měl objem:

- A. 10 litrů B. 12,5 litru C. 15 litrů
 D. 17,5 litru E. 20 litrů

84 Z

Poloměr kruhového záhonu je 1,5 metru. Počet metrů, o který je nutné tento poloměr zvětšit, aby byla rozloha vzniklého záhonu devětkrát větší než rozloha původního záhonu, je:

- A. 0,5 B. 0,9 C. 2,4 D. 3 E. 3,2

85 Z

Odčteme-li od menšího kořenu rovnice $x^2 + 6x + 1 = 0$ větší kořen rovnice $x^2 - 10x + 7 = 0$, dostaneme výsledek:

- A. $2 - \sqrt{2}$ B. $-8 - \sqrt{2}$ C. $-8 - 5\sqrt{2}$
 D. $8 + 5\sqrt{2}$ E. $-8 + 5\sqrt{2}$

86 Z

Vyjádřením neznámé R_2 ze vzorce $R = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$ dostaneme:

- A. $R_2 = \frac{R - R_1 - R_3}{R_3(R_1 - R)}$ B. $R_2 = \frac{R_1(R_3 - R)}{R - R_1 - R_3}$
C. $R_2 = \frac{R - R_1 - R_3}{R_1(R_3 - R)}$ D. $R_2 = \frac{R_3(R_1 - R)}{R - R_1 - R_3}$
E. $R_2 = \frac{R_3(R - R_1)}{R + R_1 - R_3}$

87 Z

Jsou dány nerovnice

$$2x^2 < 1, \quad 4x^2 + x < 0, \quad -2x^2 \geq x, \quad 4x^2 + 2x < 0.$$

Kolik z nich má mezi svými řešeními číslo $-\frac{1}{2}$?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. 4

88 V

Kateřina se vydala na výlet na kole. První den ujela polovinu plánované cesty. Protože byla unavena, ujela druhý den jen třetinu zbývajících vzdáleností. Třetí den přišlo, a tak ujela jen čtvrtinu vzdáleností, která jí zbývala. Čtvrtý den se Kateřině porouchalo kolo, takže ujela pouze 6 km, které byly pouhou pětinou počtu kilometrů zbývajících do cíle. Jakou vzdálenost Kateřina ujela během čtyř dnů?

- A. 24 km B. 54 km C. 72 km D. 96 km E. 104 km

89 V

Počet různých celých čísel, která jsou kořeny rovnice

$$(3x^2 - 9x + 7) \cdot (3x^2 + 22x + 7) = 0,$$

je roven:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. 4

103 V

Zedník se svým pomocníkem postavili opěrnou zídku za 6 hodin. Kdyby pracoval zedník sám, trvalo by mu to o 5 hodin méně, než kdyby tuto zídku stavěl sám pomocník. Samotnému pomocníkovi by stavba zídky trvala:

- A. 8 hodin B. 10 hodin C. 11 hodin
D. 12 hodin E. 15 hodin

104 V

Množinou všech reálných čísel x , pro která platí právě dvě ze tří nerovností

$$3x - 5 < x - 7, \quad \frac{1}{x} > 0, \quad x^2 < 4,$$

je množina:

- A. $(0, 2)$ B. $(-2, 0) \cup (0, 2)$ C. $(1, 2)$
D. $(-2, -1) \cup (0, 2)$ E. $(-1, 0) \cup (0, 2)$

105 V

Dvě svíčky stejné délky byly zapáleny ve 22:00 hodin. První svíčka shoří za šest hodin, druhá za tři hodiny. V kolik hodin bude první svíčka dvakrát delší než druhá?

- A. ve 23:30 B. ve 24:00 C. v 00:15 D. v 01:00 E. v 01:30

98 V

Množinou všech řešení nerovnice $\frac{1}{|3x+5|} < 1$ je množina:

- A. $(-2, -\frac{4}{3}) \setminus \{-\frac{5}{3}\}$ B. $(-\infty, -2) \cup (-\frac{4}{3}, \infty)$
C. $(-\infty, -\frac{5}{3}) \cup (-\frac{5}{3}, \infty)$ D. $(-\infty, -2)$
E. $(-\frac{4}{3}, \infty)$

99 V

Kořen rovnice $3x - 1 = a + \frac{10}{3}x$ je prvkem intervalu $(1, \infty)$ právě tehdy, když číslo a splňuje podmínku:

- A. $a < -\frac{4}{3}$ B. $a > \frac{4}{3}$ C. $a > -\frac{4}{3}$ D. $a < -\frac{3}{4}$ E. $a > \frac{3}{4}$

100 V

Rovnice $x^2 + x + a = 0$ má dva různé záporné kořeny právě tehdy, když číslo a splňuje podmínku:

- A. $a > 0$ B. $a \neq 0$ C. $a \in (0, \frac{1}{4})$
D. $a \in (0, \frac{1}{8})$ E. $a \in (-1, 0)$

101 V

Množinou všech řešení nerovnice $|x| + \frac{1}{10} < |1 - \sqrt{2}|$ je interval:

- A. $(-\sqrt{2} - 0,9; \sqrt{2} + 1,1)$ B. $(-\sqrt{2} - 1,1; \sqrt{2} + 0,9)$
C. $(-\sqrt{2} + 0,9; \sqrt{2} - 0,9)$ D. $(-\sqrt{2} - 1,1; \sqrt{2} + 1,1)$
E. $(-\sqrt{2} + 1,1; \sqrt{2} - 1,1)$

102 V

Když délku obdélníku o 1 cm zvětšíme a jeho šířku o 2 cm zmenšíme, zmenší se obsah obdélníku o 16 cm², když však délku zmenšíme o 2 cm a šířku zvětšíme o 1 cm, zmenší se obsah obdélníku o 4 cm². Obvod takového obdélníku je:

- A. 16 cm B. 24 cm C. 32 cm D. 36 cm E. 48 cm

Otevřené úlohy

106

Z

Nakladatelství připravuje vydání nové knihy. Náklady na každý z prvních 370 výtisků dosahují 480 Kč. Náklady na každý další výtisk jsou však už jen 45 Kč. Nakladatelství se rozhodlo prodávat knihu po 230 Kč. Jaký nejmenší počet výtisků musí nakladatelství vydat, aby za předpokladu, že všechny výtisky prodá, nebylo vydání knihy ztrátové?

107

Z

a) Řešte soustavu rovnic s neznámými A, B :

$$\begin{aligned} A &= 9 - B \\ 2A &= 4 + 5B \end{aligned}$$

b) S použitím výsledku části a) řešte soustavu rovnic s neznámými a, b :

$$\begin{aligned} \frac{1}{a+2} &= 9 - \frac{1}{b-1} \\ \frac{2}{a+2} &= 4 + \frac{5}{b-1} \end{aligned}$$

108

Z

Vzdálenost mezi Ostravou a Opavou je 36 km. Osobní automobil jel z Ostravy do Opavy o 15 minut kratší dobu než autobus. Rozdíl průměrných rychlostí osobního automobilu a autobusu byl $12 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Určete průměrné rychlosti obou vozidel.

109

Z

Obchodník s nemovitostmi kupuje byty dvou druhů. Pět levnějších bytů a dva dražší byty ho přijdou dohromady na 9 000 000 Kč. Za dva levnější byty a jeden dražší byt zaplatí dohromady 4 000 000 Kč.

- a) Vypočítejte cenu levnějšího bytu i cenu dražšího bytu.
b) Určete všechny možnosti nákupu bytů jednoho nebo obou druhů, chce-li podnikatel investovat přesně 10 000 000 Kč.

110

Z

Součet čtyř přirozených čísel je 125. Jestliže první z těchto čísel zvětšíme o čtyři, druhé číslo zmenšíme o čtyři, třetí číslo zvětšíme čtyřikrát a čtvrté číslo zmenšíme čtyřikrát, dostaneme vždy stejné přirozené číslo. Určete původní čtyři čísla.

115

V

- a) Řešte rovnici $15x - 7a = 2 + 6a - 3ax$ s neznámou x a parametrem a .
b) Pro které hodnoty parametru a je kořen rovnice z části a) menší než 2?

116

V

- a) Sestrojte graf funkce $f: y = |x - 3|$.
b) S využitím grafu z části a) řešte soustavu nerovnic $0 < |x - 3| \leq 4$.

117

V

Budou-li dvě rypadla o různých výkonech pracovat společně, splní úkol za 6 hodin. Kdyby první rypadlo pracovalo 4 hodiny a druhé 6 hodin, splnila by rypadla 80% úkolu. Za jak dlouho by splnilo úkol každé z rypadel samo?

118

V

Student se vrací z koleje na víkend domů. Ve městě vzdáleném 27 km od jeho bydliště mu ujel autobus. Proto zatelefonoval otcí a domluvil se, že vyjde pěšky a otec mu pojedě naproti autem. Vyšel současně s výjezdem auta a jde stálou rychlostí $5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Auto jede průměrnou rychlostí $v \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Na otočení auta a nástup je třeba počítat 2 minuty.

- a) Vyjádřete v závislosti na rychlosti $v \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, za jak dlouho se student dostane z města domů.
b) Jaká musí být průměrná rychlost auta, aby se student dostal domů nejpozději za 1,5 hodiny?

119

V

Určete všechna reálná čísla p , pro která má rovnice

$$x^2 + (p+1)x + 3p - 6 = 0$$

dva různé kořeny, z nichž jeden je dvojnásobkem druhého.

111

Z

Určete, pro která celá čísla x má smysl výraz

$$\sqrt{9 - x^2} + \frac{1}{\sqrt{(x+1)(x+2)}}.$$

112

Z

Cyklista vyjel cestu do kopce průměrnou rychlostí $v_1 = 12 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, obrátil se a sjel ji průměrnou rychlostí $v_2 = 36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Délka cesty do kopce byla $s = 10 \text{ km}$.

- a) Vypočítejte čas jízdy cyklisty.
b) Určete průměrnou rychlost v cyklisty.
c) Ověřte, že platí $\frac{2}{v} = \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}$.
d) Ze vzorce z části c) vyjádřete rychlost v_2 pomocí rychlostí v a v_1 .

113

Z

Strana prvního čtverce je o 2 cm delší než obvod druhého čtverce, součet obsahů obou čtverců je 205 cm^2 . Určete délku strany druhého čtverce.

114

V

Skupina stejně výkonných brigádníků ručně česala chmel na dvou stejně úrodných chmelnicích. První chmelnice měla dvakrát větší výměru než druhá chmelnice. Polovinu dne pracovali všichni brigádníci na větší chmelnici, druhou polovinu dne šla polovina z nich pracovat na menší chmelnici. Na konci dne byla větší chmelnice očesaná, ale na menší chmelnici museli tři brigádníci pracovat ještě celý druhý den. Kolik bylo brigádníků?

120

V

Pravoúhlý trojúhelník má obvod 14 cm a obsah 7 cm^2 . Určete délky jeho stran.

121

V

V požární nádrži, která je zásobována lesním pramenem se stálou vydatností, je určité množství vody. Kdybychom z nádrže odčerpávali 35 litrů vody za sekundu, vyprázdnila by se nádrž za 5 minut, zatímco při čerpání 50 litrů za sekundu by se vyprázdnila již za 3 minuty 20 sekund. Za jak dlouho by se nádrž vyprázdnila, kdybychom odčerpávali 65 litrů za sekundu?

122

V

Na trasu dlouhou 182 km vyjelo v 8 hodin auto A, v 8:30 auto B a v 8:45 auto C. Do cíle dojela všechna tři auta najednou. Průměrné rychlosti aut A a B se lišily o $6,5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. O kolik se lišily průměrné rychlosti aut B a C?

123

V

Jestliže do směsi látek A a B přidáme 3 kg látky A, pak se počet procent látky A ve směsi zdvojnásobí. Přidáme-li do původní směsi 3 kg látky B, pak se počet procent látky A ve směsi zmenší na polovinu. Určete, kolik procent původní směsi tvořila látka A a kolik kilogramů látky A ve směsi bylo.

124

V

Určete reálná čísla a a b tak, aby komplexní číslo $1 + 2i$ bylo kořenem kvadratické rovnice $ax^2 + bx + 10 = 0$.